

1.3 Teória čísel

Obsah

Pojmy: deliteľ, násobok, deliteľnosť, najväčší spoločný deliteľ (NSD), najmenší spoločný násobok (NSN), **Euklidov algoritmus**, prvočíslo, zložené číslo, nesúdeliteľné čísla, zvyšok, prvočíselný rozklad, prvočiniteľ.

Vlastnosti a vzťahy:

- Znak deliteľnosti:
 - posledná cifra: 2, 5, 10,
 - posledné dve cifry: 4, 25, 50,
 - posledné tri cifry: 8,
 - súčet všetkých cifier: 3, 9.
- **Ak sú čísla s, t deliteľné číslom M , tak aj číslo $s \pm t$ je deliteľné číslom M .**
- **Ak je číslo s deliteľné prvočíslom M aj prvočíslom K , tak je deliteľné aj číslom $K \times M$.**
- **Výpočet NSD pomocou delenia so zvyškom (Euklidov algoritmus).**
- **Jednoznačnosť prvočíselného rozkladu.**
- Prvočísel je nekonečne veľa.

Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- zistiť bez delenia, či je dané číslo deliteľné niektorým z čísel uvedených v znakoch deliteľnosti,
- **sformulovať a použiť kritériá deliteľnosti niektorými zloženými číslami, ktoré sú súčinom nesúdeliteľných čísel uvedených v znakoch deliteľnosti (napr. 6, 12, 15),**
- nájsť NSN, NSD daných čísel,
- **použiť Euklidov algoritmus,**
- **v jednoduchých prípadoch zistiť, či je číslo (buď konkrétne alebo určené pomocou najviac 1 parametra) prvočíslo (pozri príklady 1, 2),**
- nájsť celočíselné riešenia úloh, v ktorých možno jednoduchou úvahou určiť vhodnú konečnú množinu, ktorá hľadané riešenia musí obsahovať (riešenia úlohy potom nájde preverení jednotlivých prvkov získanej konečnej množiny, pozri príklady 3, 4, 6, 7),
- pri riešení jednoduchých úloh využiť pravidelnosť rozloženia násobkov celých čísel na číselnej osi (pozri príklady 5, 8),
- **použiť základné druhy dôkazov pri dokazovaní jednoduchých tvrdení o celých číslach (pozri príklad 9).**

Príklady

1. Je číslo 1234567891011121314151617 prvočíslo?
2. Pre ktoré prirodzené číslo n je $2n^2 - 27n + 88$ prvočíslo?
3. Pre ktoré čísla a platí $NSN(6, a) = 24$?
4. Pre ktoré čísla A, B je číslo s dekadickým zápisom $34A57B$ deliteľné 12?
5. Koľko štvorciferných čísel je deliteľných 23? (každé 23. číslo je deliteľné 23)
6. Nájdite všetky pravouhlé trojuholníky s celočíselnými stranami, ktorých odvesna b meria 12. (Návod: neznáme dajte na jednu stranu a získaný výraz upravte na súčin.)

7. Nájdite všetky celé čísla x, y , pre ktoré platí $x^2 + y^4 = 981$ (*absolútna hodnota y nie je väčšia ako 5*)
8. Dokážte, že súčin 3 za sebou idúcich čísel je deliteľný 6.
9. Ukážte, že $\log_2 3$ je iracionálne číslo. (*sporom*)
10. Určte $n(36, 60)$ a $D(36, 60)$ a vzťah medzi $n(a, b)$, $D(a, b)$ a $a \cdot b$