

2.3 Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia

Obsah

Pojmy: mocnina, n -tá odmocnina, mocnina s prirodzeným, celočíselným, **racionálnym** exponentom, polynóm, mnohočlen, mocninová funkcia, koeficient pri n -tej mocnine (v *polynomickej funkcii*), exponent, lineárna lomená funkcia, asymptoty grafu lineárnej lomenej funkcie.

Vlastnosti a vzťahy:

- polynóm stupňa n má najviac n rôznych reálnych koreňov,
- $x^{r+s} = x^r x^s$, $(x^r)^s = x^{rs}$, $\frac{1}{x^r} = x^{-r}$, $(xy)^r = x^r y^r$, $r, s \in \mathbb{Z}$, **resp.** $r, s \in \mathbb{Q}$,
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[nm]{x}$, $(\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$, $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$, pre $x, y \geq 0$, $m, n \in \mathbb{N}$,
- **polynóm nepárneho stupňa má aspoň 1 reálny koreň.**

Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie (pozri tiež 2.1 Funkcia a jej vlastnosti)

- použiť rovnosti z časti Vlastnosti a vzťahy pri úpravách výrazov (pozri 1.2 Čísla, premenné, výrazy),
- riešiť rovnice a nerovnice s polynomickými, mocninovými a lineárnymi lomenými funkciami (pozri 1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy),
- schematicky načrtnúť a porovnať grafy funkcií $y = x^n$ pre rôzne hodnoty $n \in \mathbb{Z}$ na intervaloch $(-\infty, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \infty)$,
- **vypočítať deriváciu a integrál polynomickej funkcie a mocniny s reálnym exponentom** (pozri 2.6 Limita a derivácia, geometrický rad, 2.7 Integrálny počet),
- **na základe výpočtu derivácie načrtnúť graf polynomickej funkcie, zistiť, kde je rastúca, resp. klesajúca (ak vie vyriešiť nerovnice $f'(x) \neq 0$, pozri 1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy), a na základe znamienok funkčných hodnôt v bodoch lokálnych extrémov zistiť počet priesečníkov tohto grafu s osou x ,**
- nájsť rovnice asymptot grafu lineárnej lomenej funkcie,
- nájsť intervaly, na ktorých je lineárna lomená funkcia rastúca, resp. klesajúca a nájsť k nej inverznú funkciu,
- **opísať vlastnosti**
 - **funkcií $f(x) = x^n$, kde $n \in \mathbb{Z}$, polynomických funkcií a lineárnej lomenej funkcie pre hodnoty x zväčšujúce sa do $+\infty$ alebo do $-\infty$,**
 - **funkcií $f(x) = x^n$, kde $n \in \mathbb{Z}$, pre hodnoty x blízke 0,**
 - **lineárnej lomenej funkcie $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ pre hodnoty x blízke číslu $-\frac{d}{c}$**
(pozri tiež 2.6 Limita a derivácia, geometrický rad).

MOCNINOVÉ FUNKCIE, LINEÁRNA LOMENÁ FUNKCIA

1. Načrtnite grafy funkcií: $f: y = \sqrt{x} + 1$ $g: y = (x-1)^{-2} - 1$
2. Riešte v $\mathbb{R}$ graficky nerovnicu: $x^{-4} \leq x^2$
3. Načrtnite graf a určte vlastnosti funkcie $h: y = \frac{2x+3}{x-1}$ a $i: y = \left| \frac{2x+3}{x-1} \right|$
4. Porovnajte na základe grafov: a) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$ a $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ b) $5,7^{-4}$ a $5,9^{-4}$ c) $(-4,5)^{-5}$ a $(4,5)^{-5}$