

3.3 Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie

Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- geometricky opísať, načrtnúť **a nájsť** (v danej alebo vhodne zvolenej súradnicovej sústave) **analytické vyjadrenie** množiny bodov s konštantnou vzdialenosťou od
 - bodu,
 - priamky,
 - kružnice,
- geometricky opísať a načrtnúť množiny bodov
 - **z ktorých vidieť danú úsečku pod daným uhlom**,
 - ktoré majú rovnakú vzdialenosť od
 - dvoch bodov,
 - dvoch rovnobežných priamok,
 - dvoch rôznobežných priamok,
- geometricky opísať a načrtnúť množiny bodov, ktoré majú
 - od daného bodu vzdialenosť menšiu (väčšiu) ako dané kladné číslo,
 - od danej priamky vzdialenosť menšiu (väčšiu) ako dané kladné číslo,
 - od jedného bodu väčšiu vzdialenosť ako od druhého bodu,
 - od jednej danej priamky väčšiu vzdialenosť ako od druhej danej priamky,
- opísať v jednoduchých prípadoch množinu bodov daných vlastností
 - pomocou uhlov, častí priamky, kružnice a kruhu (pozri príklady 1, 2, 3),
 - **pomocou zhodných a podobných zobrazení** (pozri príklad 4),
 - **vo vhodne zvolenej súradnicovej sústave analyticky pomocou jednoduchých rovníc a nerovníc** (pozri príklad 5),
- znázorniť množinu bodov $[x, y]$, pre ktoré platí
 - $y * f(x)$, kde $*$ je jeden zo znakov $<, \leq, >, \geq$ a f je predpis funkcie, ktorej graf vie žiak znázorniť (pozri 2.1 Funkcia a jej vlastnosti),
 - $ax + by + c * 0$,
 - $ax^2 + bx + ay^2 + dy + m * 0$,
 - $f(x, y) * 0$, ak vie načrtnúť krivku $f(x, y) = 0$
a v jednoduchých prípadoch aj množinu bodov $[x, y]$, ktorá je opísaná sústavou dvoch z predchádzajúcich nerovníc (pozri tiež 1.4 Rovnice, nerovnice a ich sústavy),
- tieto množiny bodov použiť pri riešení jednoduchých konštrukčných úloh (pozri 3.5 Konštrukčné úlohy).

Príklady

1. Dané sú body A, B . Nech bod C je vrcholom ľubovoľného pravouhlého trojuholníka s preponou AB . Určte množinu ťažísk týchto trojuholníkov.
2. Dané sú body A, B, D , ktoré neležia na jednej priamke. Nájdite množinu bodov C , pre ktoré je štvoruholník $ABCD$ konvexný a súčasne trojuholníky ABD a ABC majú rovnaký obsah. (Riešením je polpriamka s krajným bodom D , rovnobežná s priamkou AB .)
3. Daná je úsečka AB . Určte množinu bodov, ktorých vzdialenosť od priamky AB je rovná dĺžke úsečky AB a z ktorých je vidieť úsečku AB pod uhlom 45° .
4. Dané sú body A, B . Nech bod C je vrcholom ľubovoľného pravouhlého trojuholníka s preponou AB . Určte množinu bodov X , ktoré delia stranu AC v pomere $1 : 2$.

5. Dané sú body A, B . Nájdite množinu bodov C , pre ktoré platí $2AB^2 = AC^2 + BC^2$. (Ak zvolíme súradnicovú sústavu tak, aby $A\left[-\frac{d}{2}, 0\right], B\left[\frac{d}{2}, 0\right]$, kde d je dĺžka úsečky AB , bude pre súradnice x, y bodu $C[x, y]$ platiť $x^2 + y^2 = \frac{3d^2}{4}$.)

b) MNOŽINY BODOV DANÝCH VLASTNOSTÍ

1. Daná je úsečka AB a priamka p rovnobežná s AB . Vyšetrite množinu priesečníkov výšok všetkých trojuholníkov ABX , ak $X \in p$.
2. Daná je úsečka AB , $|AB| = 5\text{cm}$. Určte množinu všetkých bodov X , z ktorých je vidieť úsečku AB pod uhlom 120° .
3. Zakreslite rovinný útvar, ktorý je analyticky vyjadrený takto: $x - y + 1 \geq 0 \wedge 2(x-3)^2 + 2y^2 - 18 \leq 0$.
4. Určte geometrické miesto stredov kružníc, ktoré majú polomer zhodný s danou úsečkou AB a dotýkajú sa danej priamky a .
5. Určte množinu všetkých bodov X , ktoré ležia v tej istej rovine ako body P, Q a pre ktoré platí $|PX| = 3|QX|$.
6. Vyjadrite rovnicu dráhy bodu $Q[x; y]$ v rovine, ak súčet dvojnásobku štvorca jeho vzdialenosti od bodu $E[0; 0]$ a trojnásobku štvorca jeho vzdialenosti od bodu $F[0; -5]$ je konštantný.
7. V akom rozmedzí sa pohybuje číslo q , ak tie isté body roviny budú mať od stredu súradnicovej sústavy vzdialenosť $3j$ a od bodu $P[-7; -7]$ práve q jednotiek?