

3.4 Zhodné a podobné zobrazenia

Obsah

Pojmy: zhodné zobrazenie, osová súmernosť, os súmernosti, posunutie, stredová súmernosť, stred súmernosti, otočenie, stred otočenia, orientovaný uhol a jeho veľkosť, uhol otočenia, osovo a stredovo súmerný útvar; **rovnol'ahlosť, stred a koeficient rovnol'ahlosti, samodružný bod**, skladanie zobrazení, inverzné zobrazenie.

Vlastnosti a vzťahy:

- stredová súmernosť je jednoznačne určená stredom súmernosti, resp. dvoma odpovedajúcimi si bodmi,
- osová súmernosť je jednoznačne určená osou súmernosti, resp. dvoma odpovedajúcimi si bodmi,
- otočenie je jednoznačne určené stredom a uhlom otáčania,
- posunutie je jednoznačne určené vektorom posunutia, resp. dvoma odpovedajúcimi si bodmi,
- vzťah medzi orientovaným uhlom a jeho veľkosťami,
- rovnobežník je stredovo súmerný,
- obdĺžnik a štvorec sú súmerné podľa osí strán,
- kosoštvorec je súmerný podľa uhlopriečok,
- rovnoramenný lichobežník je súmerný podľa osi základní,
- nech A, B sú dva osovo súmerné body podľa priamky p , potom AB je kolmá na p a stred AB leží na p ,
- priamka a jej obraz v posunutí sú rovnobežné,
- **rovnol'ahlosť je jednoznačne určená stredom a koeficientom rovnol'ahlosti, dvoma vhodne zvolenými dvojicami odpovedajúcich bodov**
- **dve rovnol'ahlé priamky sú rovnobežné,**
- **každé dve nerovnaké rovnobežné úsečky sú rovnol'ahlé (dvoma spôsobmi),**
- **každé dve kružnice s rôznym polomerom sú si podobné (sú rovnol'ahlé),**
- **vonkajšie (vnútorné) spoločné dotyčnice dvoch kružníc sa pretínajú v strede rovnol'ahlosti,**
- vzťah medzi pomerom podobnosti dvoch útvarov a
 - dĺžkami zodpovedajúcich si úsečiek,
 - veľkosťami zodpovedajúcich si uhlov,
 - ich plošnými obsahmi.

Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- zobraziť daný útvar v danom zhodnom **alebo podobnom** zobrazení,
- rozhodnúť, či je daný útvar osovo (stredovo) súmerný,
- napísať súradnice bodu (**rovnicu priamky, úsečky, kružnice alebo jej časti**), ktorý je obrazom daného bodu (**danej priamky, úsečky, kružnice alebo jej časti**),
 - v súmernosti podľa začiatku súradnej sústavy, **resp. podľa daného stredu,**
 - v súmernosti podľa niektorej súradnej osi, **alebo podľa priamky rovnobežnej so súradnou osou, alebo podľa priamky $y = x$ (pozri tiež inverznú funkciu v 2.1 Funkcia a jej vlastnosti, postupnosti),**
 - v posunutí,
- **opísať zobrazenie, ktoré vznikne zložením dvoch osových súmerností,**
- určiť inverzné zobrazenie k danému zhodnému **alebo podobnému** zobrazeniu,
- zostrojiť
 - **stredy rovnol'ahlosti dvoch daných kružníc,**
 - obraz daného útvaru v danom zhodnom zobrazení **alebo v rovnol'ahlosti**, resp. útvar podobný s daným útvarom, pri danom pomere podobnosti,
- **zhodné zobrazenia a rovnol'ahlosť** (resp. podobnosť) **použiť**
 - v konštrukčných úlohách (pozri 3.5 Konštrukčné úlohy),

- **pri zisťovaní množiny bodov daných vlastností** (pozri 3.3 Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie).

ZHODNÉ ZOBRAZENIA V ROVINE

- Daný je *lichobežník* $ABCD$. V určených zobrazeniach načrtnite obrazy útvarov:
 - v posunutí T určenom dvojicou bodov $[A; C]$ zobrazte BD :
 $\overline{BD} \xrightarrow{T} \overline{B'D'}$
 - v otáčaní R určenom $R(C; -\frac{2}{3}p)$ zobrazte
 $\overline{DA} \xrightarrow{R} \overline{D'A'}$
 - v súmernosti S podľa stredu O zobrazte $DACD \xrightarrow{S} DA'C'D'$, kde $O \hat{=} BC \hat{=} \overline{BC} = 2|\overline{OC}|$.
- V súmernosti podľa stredu S sa bod $K[-2; 4]$ zobrazí do bodu $K'[4; -6]$. Určte súradnice stredu súmernosti S a v uvažovanej stredovej súmernosti zobrazte dané útvary:
 - $k: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$
 - $q: x-y+3 = 0$
- Nájdite rovnicu kružnice súmernej s kružnicou $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ vzhľadom na priamku $x-y-3 = 0$.
- Dané sú 2 *rôznobežky* p, q a bod C , ktorý na nich neleží. Zostrojte všetky *rovnostranné trojuholníky* ABC tak, aby bod $A \hat{=} p \hat{=} B \hat{=} q$.
- Bodom M , ktorý je vnútorným bodom *konvexného uhla* AVB , ved'te priamku p pretínajúcu jeho ramená v bodoch P, Q tak, že bod M bude stredom úsečky PQ .
- Daná je priamka p a dva rôzne body A, B , ktoré ležia v tej istej polrovine s hraničnou priamkou p . Na priamke p zostrojte bod C tak, aby obvod $\triangle ABC$ bol minimálny.
- Daný je trojuholník ABC , kružnica $k[S; r]$ a bod Q . Zostrojte všetky úsečky XY so stredom Q tak, aby $X \in \triangle ABC$ a $Y \in k$.
- Čo vznikne zložením dvoch rovnakých zhodných zobrazení?

PODOBNÉ ZOBRAZENIE, ROVNOLAHLOSŤ

- Zostrojte $\triangle ABC$, ak sú dané: a, b, v_c
- Dané sú kružnice $k_1(O_1; 2), k_2(O_2; 3)$, ktoré sa pretínajú. Zostrojte ich spoločné dotyčnice.
- Dané sú *rúznobežné* priamky p, q a bod M , ktorý neleží na priamke p . Zostrojte kružnicu, ktorá sa dotýka priamky p , prechádza bodom M a stred má na priamke q .
- Zostrojte stred úsečky AB , ak bod B leží mimo nákresu. Prítom bod A leží na nákresu a bod B je nedostupný priesečník priamok m, n .
- $\triangle EFG: e = 14j, f = 20j, g = 10j$
 $\triangle RST: r = 15j, t = 30j$. Ak sú tieto trojuholníky podobné, aké sú ich obsahy?