

3.5 Konštrukčné úlohy

Obsah

Pojmy: rozbor, náčrt, konštrukcia, postup konštrukcie.

Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- zdôvodniť postup konštrukcie, t. j. urobiť rozbor jednoduchých konštrukčných úloh, pričom vie použiť
 - nasledujúce základné konštrukcie (*na ktoré sa môže pri opise postupu zložitejších konštrukčných úloh odvolávať bez toho, aby ich podrobne rozpisoval*):
 - rovnobežku s danou priamkou daným bodom,
 - rovnobežku s danou priamkou v predpísanej vzdialenosti,
 - os úsečky, os uhla,
 - priamku, ktorá prechádza daným bodom a zvierá s danou priamkou daný uhol,
 - úsečku dĺžky $\frac{ab}{c}$ (pomocou podobnosti), $\sqrt{ab}$ (*pomocou Euklidových viet*), kde a , b , c sú dĺžky narysovaných úsečiek,
 - rozdeliť úsečku v danom pomere,
 - trojuholník určený:
 - tromi stranami,
 - dvoma stranami a uhlom,
 - dvoma uhlami a stranou,
 - kružnicu
 - trojuholníku opísanú,
 - do trojuholníka vpísanú,
 - dotýčnicu kružnice
 - v danom bode kružnice,
 - z daného bodu ležiaceho mimo kružnice,
 - rovnobežnú s danou priamkou,
 - **stredy rovnol'ahlosti dvoch kružníc a spoločné dotýčnice dvoch kružníc**,
 - obraz daného bodu, úsečky, priamky, kružnice a jej častí v danom zhodnom zobrazení, **resp. v rovnol'ahlosti** (pozri 3. 4 Zhodné a podobné zobrazenia),
 - množiny bodov daných vlastností, uvedené v prvej a druhej odrážke • v 3.3 Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie,
 - množiny bodov daných vlastností,
 - **vhodné zhodné zobrazenie alebo rovnol'ahlosť**, resp. podobnosť, (pozri príklady 1 – 4),
- pri kreslení náčrtu pri rozbere úlohy rozlíšiť jednotlivé možnosti zadania (*napr. „výška leží v trojuholníku“ a „výška je mimo trojuholníka“*),
- na základe vykonaného (daného) rozboru napísať postup konštrukcie (pozri príklad 5),
- uskutočniť konštrukciu danú popisom,
- **rozhodnúť** (*aj na základe pomocných výpočtov*) o medzných hodnotách vstupných údajov (pozri príklad 6),
- určiť počet riešení v prípade číselne zadaných úloh.

Príklady

1. (postupné rysovanie) Zostrojte trojuholník ABC, keď je dané $c = 6$ cm, $\alpha = 75^\circ$, $t_c = 8$ cm. (Na základe uvedených údajov je možné skonštruovať trojuholník ASC (S je stred strany AB), v ktorom sú dané 2 strany a uhol.)

2. (využitie množín bodov daných vlastností) Zostrojte trojuholník ABC , ak je dané $a = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 75^\circ$, $t_a = 8 \text{ cm}$. (Hľadaný vrchol A má danú vzdialenosť od stredu S strany BC a túto stranu z neho vidno pod daným uhlom.)
3. (využitie zhodných zobrazení) Dané sú dve rôznobežné priamky a , b a bod S ležiaci mimo nich, zostrojte body $A \in a$, $B \in b$, ak viete, že S je stred AB . (Body A a B sú súmerné podľa bodu S .)
4. (využitie podobnosti) Zostrojte trojuholník ABC , keď je dané $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 45^\circ$, obvod $O = 13 \text{ cm}$. (Dá sa narysovať trojuholník podobný s hľadaným.)
5. Tu je Adamov rozbor úlohy „Zostrojte štvoruholník $ABCD$, $|AB| = 3 \text{ cm}$, $|BC| = 5 \text{ cm}$, $|CD| = 4 \text{ cm}$ a $|DA| = 6 \text{ cm}$, ak viete, že uhlopriečka AC je osou uhla pri vrchole A .“.
Rozbor: Zostrojím si bod X súmerný podľa AC s bodom B . Podľa zadania úlohy leží bod X na strane AD . V trojuholníku CDX si viem vyjadriť dĺžky všetkých jeho strán pomocou strán štvoruholníka $ABCD$, teda ho viem zostrojiť. Potom je už celá konštrukcia jasná.
Napíšte postup Adamovej konštrukcie.
6. Pre ktorú hodnotu a (zvyšné zadanie sa nemení) bude mať úloha 2 jediné riešenie (nebude mať riešenie)?