

4.2 Súradnicová sústava v priestore, vektory, analytická metóda

Obsah

Pojmy: (karteziánska) sústava súradníc v priestore, bod a jeho súradnice, vzdialenosť bodov, **vektor**, **umiernenie vektora**, **súradnice vektora**, **opačný vektor**, **nulový vektor**, **súčet a rozdiel dvoch vektorov**, **násobok vektora číslom**, **smerové vektory (priamky a roviny)**, **parametrické rovnice priamky a roviny**, **skalárny súčin vektorov**, **dĺžka vektora**, **kolmost' a uhol dvoch vektorov**, **normálový vektor roviny**, **všeobecná rovnica roviny**.

Vlastnosti a vzťahy:

- body A , B a C ležia na jednej priamke, ak jeden z vektorov $B - A$, $C - A$ je násobkom druhého,
- body A , B , C a D ležia v jednej rovine, ak jeden z vektorov $B - A$, $C - A$, $D - A$ je lineárnou kombináciou (súčtom násobkov) ostatných,
- vyjadrenie vzdialenosti dvoch bodov pomocou ich súradníc,
- **súradnice a geometrická interpretácia súčtu a rozdielu dvoch vektorov a násobku vektora reálnym číslom**,
- **vyjadrenie skalárneho súčinu vektorov pomocou dĺžok vektorov a kosínusu ich uhla (resp. vyjadrenie kosínusu uhla dvoch vektorov pomocou ich skalárneho súčinu a ich dĺžok)**, vyjadrenie skalárneho súčinu vektorov pomocou ich súradníc,
- **vzťah medzi kolmost'ou vektorov a ich skalárnym súčinom**,
- **vzťah medzi koeficientmi všeobecnej rovnice roviny a normálovým vektorom roviny**.

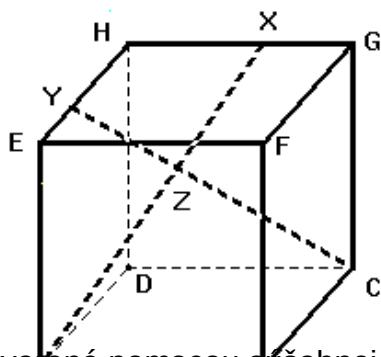
Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- zostrojiť (v danej súradnicovej sústave) obrazy bodov, ak pozná ich súradnice, a určiť súradnice daných bodov (**pozri tiež 4.3 Lineárne útvary v priestore – polohové úlohy a 4.4 Lineárne útvary v priestore – metrické úlohy**),
- zostrojiť lineárnu kombináciu (súčet násobkov) daných vektorov a vie nájsť jej súradnice,
- určiť súradnice stredu úsečky a súradnice bodu, ktorý delí danú úsečku v danom pomere,
- určiť analytické vyjadrenie (**pozri tiež 4.3 Lineárne útvary v priestore – polohové úlohy**)
 - priamky určenej dvoma bodmi, bodom a smerovým vektorom,
 - roviny určenej tromi bodmi, priamkou a bodom, dvoma priamkami, bodom a normálovým vektorom,
- rozložiť vektor na súčet násobkov daných vektorov,
- z parametrických rovníc roviny určiť jej všeobecnú rovnicu a naopak,
- vhodnou voľbou súradnicovej sústavy algebraizovať geometrický problém, špeciálne vo vhodne zvolenej súradnicovej sústave opísať vrcholy daného kvádra (**pozri príklad 1**),
- geometricky interpretovať výsledok získaný algebraickými prostriedkami.

Príklady

1. Bod X patrí hrane GH kocky $ABCDEFGH$ a pre jeho polohu platí $|HX| : |XG| = 3 : 2$. Aká musí byť poloha bodu Y na úsečke EH , aby úsečky AX a CY boli rôznobežné (**pozri obrázok**)?



VEKTORY

1. Daný je vektor $\vec{u}[6;8]$. Určte vektor $\vec{v}$, ktorý je kolmý na vektor $\vec{u}$ a má veľkosť 10 j.
2. Vektor $\vec{u}[6;3;3]$ vyjadrite ako lineárnu kombináciu vektorov $\vec{a}[2;-2;3]$, $\vec{b}[1;-1;2]$, $\vec{c}[0;4;2]$.
3. V trojuholníku ABC , kde $A[2;4]$, $B[4;-6]$, $C[11;5]$ vypočítajte veľkosť t_c .
4. Dané sú body $K[3;2;-4]$, $L[3;6;-5]$, $M[-4;-1;0]$. Vypočítajte súradnice bodu N , ak platí:
$$\vec{KL} = \vec{u} \wedge \vec{MN} = -2\vec{u}.$$
5. Dané sú vektory $\vec{a}[2;-2;3]$, $\vec{b}[1;-1;2]$. Určte ich uhol a v prípade, že nie sú na seba kolmé zmeňte druhú súradnicu vektora b tak, aby boli navzájom kolmé.
6. Vo vhodne zvolenej súr. Sústave $O(x,y,z)$ načrtnite kváder $A - H$, v ktorom $|AB|=3j$, $|BC|=4j$, $|AE|=5j$ a $D[0; 0; 2]$.
7. Body K , L , M a N sú obrazmi čísel 4, 9, 7 a 12 na číselníku hodín. Dokážte pomocou vektorov, že úsečky KL a MN sú na seba kolmé.