

4.3 Lineárne útvary v priestore - polohové úlohy

Obsah

Pojmy: bod, priamka a rovina v priestore, rovnobežné, rôznobežné a mimobežné priamky, rovnobežnosť a rôznobežnosť priamky a roviny, rovnobežné a rôznobežné roviny, priesečnica dvoch rovín, rez telesa rovinou, **súmernosť podľa bodu**.

Vlastnosti a vzťahy:

- rovnobežné (rôznobežné) priamky ležia v jednej rovine, mimobežné priamky neležia v jednej rovine,
- **rovnobežné priamky majú rovnaké smerové vektory,**
- **rovnobežné roviny majú rovnaké normálové vektory,**
- **smerový vektor priamky rovnobežnej s rovinou je aj smerovým vektorom roviny,**
- priesečnice roviny s dvoma rovnobežnými rovinami sú rovnobežné,
- **priamky (roviny) súmerné podľa bodu sú rovnobežné.**

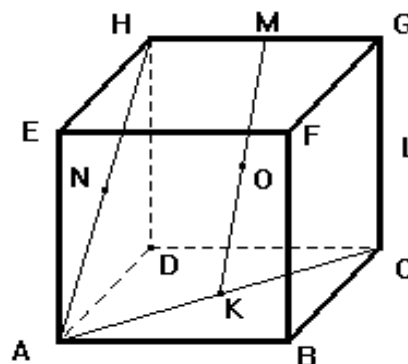
Požiadavky na vedomosti a zručnosti

Žiak vie

- opísať možnosti pre vzájomné polohy ľubovoľných dvoch lineárnych útvarov,
- rozhodnúť o vzájomnej polohe dvoch lineárnych útvarov **daných súradnicami bodov, rovnicami priamok a rovín, alebo** pomocou ich obrazu vo voľnom rovnobežnom premietaní (pozri príklady 1, 2),
- **určiť súradnice spoločného bodu alebo rovnicu spoločnej priamky použitím analytickej metódy alebo voľného rovnobežného premietania,**
- **súradnicami určiť bod, ktorý je súmerný k danému bodu podľa daného bodu,**
- **parametrickými rovnicami opísať priamku, ktorá je súmerná k danej priamke podľa daného bodu,**
- **rovniciou opísať rovinu**
- **prechádzajúcu daným bodom rovnobežne s danou rovinou,**
- **súmernú s danou rovinou podľa daného bodu,**
- zostrojiť vo voľnom rovnobežnom priemete jednoduchého telesa (kocky, resp. hranola) priesečník priamky (určenej 2 bodmi ležiacimi v rovinách stien kocky, resp. hranola) s rovinou steny daného telesa,
- zostrojiť rovinný rez kocky, kvádra, **pravidelného hranola a pravidelných ihlanov** rovinou určenou tromi bodmi ležiacimi v rovinách stien, z ktorých aspoň dva ležia v tej istej stene daného telesa.

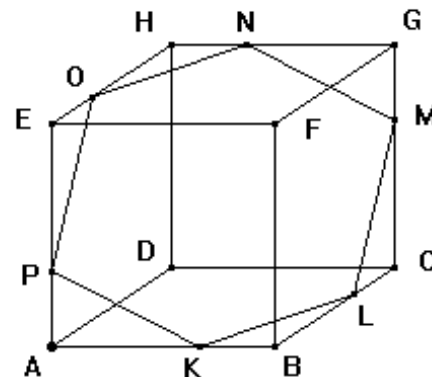
Príklady

1. Daná je kocka $ABCDEFGH$. Body K, L, M, N a O sú po rade stredmi úsečiek AC, CG, GH, AH a KM (pozri obr. 1). Ležia body
 - a) $H, O, C,$
 - b) $G, O, A,$
 - c) $B, O, H,$
 - d) $N, O, L,$
 - e) D, O, Fna jednej priamke?



obr.1

2. Daná je kocka $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 3 cm, na jej hranách AB , BC , CG , GH , HE a EA postupne body K , L , M , N , O , P také, že $|KB| = |LC| = |MG| = |NH| = |OE| = |PA| = 1$ cm (pozri obr. 2). Rozhodnite, či body K , L , M a N sú komplanárne (t. j. či ležia v jednej rovine).



obr. 2

3. V kocke $A - H$ označte K , L , M , N , O , P , Q ako stredy hrán AB , CD , EF , GH , FG , AE , BF . Určte vzájomné polohy:
- priamok: BC a FG , BC a AE , BC a EC , AD a FG
 - priamok: CE , CG , AH a GH s rovinou ADH
 - rovín: ADE a MNQ ; MNQ a HKL .
4. Daná je kocka $A - H$. Zostrojte priesečník priamky CE s rovinami: BCH , AFG , AFH .

METRICKÉ VYJADRENIE PRIAMOK A ROVÍN

- Určte vzájomnú polohu priamok: a) $p: x = 6 + 5r \wedge y = 3 - 9r, r \in R$
 $q: x = 11 - 10s \wedge y = -6 + 18s, s \in R$
b) $p: 5x + 6y - 1 = 0, q: 10x + 12y + 1 = 0$
- Vypočítajte uhol j priamky AB a roviny $r: 2x - 3y + z + 4 = 0$, ak $A[1;0;7]$, $B[3;-3;6]$.
- Bodom $M[-5;16;12]$ prechádzajú roviny a, b . V jednej z nich leží os x a v druhej os y . Vypočítajte uhol rovín a, b .
- Vypočítajte uhol priamok $p: x = -1 + 2t \wedge y = 1 - 2t \wedge z = t, t \in R$ a $q = \overrightarrow{OA}: O[0;0;0]$,
 $A[1;-1;-1]$